CONCURSUL INTERJUDEŢEAN DE MATEMATICĂ

“ PETRU MOROŞAN-TRIDENT ”

Ediţia a XII-a, Brăila, 8-9.12.2017

Clasa a IX a

1. Determinaţi $S_n = \sum_{k=1}^{n^2} \left[\sqrt{k} \right], n \geq 1.$

Prof. Roxandra Murea, Brăila

2. Fie $\Delta ABC, M \in (BC), N \in (AC), P \in (AB)$, astfel încât $\left(\frac{b}{c}\right)^2 \cdot \frac{MB}{MC} = \left(\frac{c}{a}\right)^2 \cdot \frac{NC}{NA} = \left(\frac{a}{b}\right)^2 \cdot \frac{PA}{PB} = 1,$

unde a, b, c sunt lungimile laturilor ΔABC.

a) Demonstraţi că dreptele AM, BN, CP sunt concurente într-un punct K.

b) Notăm cu I centrul cercului înscris în ΔABC. Dacă punctele K şi I coincid, demonstraţi că ΔABC este echilateral.

Profesori Gheorghe Alexe şi George-Florin Şerban, Brăila

3. Fie $a_1, a_2, ..., a_n$ numere reale strict pozitive, $n \geq 2$. Demonstraţi că:

$$\frac{na_1 + 4}{n^2(a_2 + a_3 + ... + a_n)} + \frac{na_2 + 4}{n^2(a_1 + a_3 + ... + a_n)} + ... + \frac{na_n + 4}{n^2(a_1 + a_2 + ... + a_{n-1})} \geq \frac{a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_n + 4}{(n-1)(a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_n)}.$$

Prof. Carmen şi Viorel Botea, Brăila

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru 2 ore.